

文章编号: 1000-8055(2007)02-0175-05

区间数据整体估计方法

傅惠民, 敖 亮

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100083)

摘要: 提出了一种区间数据整体估计方法, 给出整体分布参数的最佳线性无偏估计量及其协方差矩阵, 得到了正态分布、Weibull 分布等位置-尺度分布族区间数据百分位值和百分率的置信限估计. 该方法可以将不同条件下的试验数据作为一个整体进行统计推断, 将传统的只适用于完全数据的回归分析推广到工程中常见的区间数据的情况.

关键词: 航空、航天推进系统; 区间数据; 整体估计; 回归分析; 可靠性; 寿命预测

中图分类号: TB301; O211 **文献标识码:** A

Integral estimate method for interval censored data

FU Huimin, AO Liang

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A new method of integral estimate for interval censored data is presented in this paper. The integral distribution parameter estimators and their covariance are derived, the confidence limits of percentiles and percentages for the interval censored data from normal distribution, Weibull distribution or other location-scale distribution are also obtained. This method takes test data in different states as an integer, makes an statistical inference, and extends traditional regression analysis that is only suitable for complete data to interval censored data.

Key words: aerospace propulsion system; interval censored data; integral estimate; regression analysis; reliability; life prediction

回归分析在工程中有着广泛的应用, 但是, 传统的回归分析只适用于完全数据, 无法对截尾数据、不完全数据和区间数据进行处理. 然而工程实际中, 由于受各种因素的影响, 经常遇到截尾数据、不完全数据和区间数据, 例如火箭发动机和武器装备的贮存寿命、药物起作用的时间等. 为此, 文献[1]和[2]分别建立了截尾数据和不完全数据的整体估计方法, 将传统的回归分析推广到截尾数据和不完全数据情况. 文献[3]建立了区间数据

最佳线性无偏估计方法, 解决了单一状态下区间试验数据的处理问题. 在此基础上, 本文给出了区间数据的整体估计方法, 可以把多个状态的试验数据作为一个整体进行统计推断, 从而将传统的回归分析推广到区间数据的情况.

1 多状态下的位置-尺度分布族

位置-尺度分布族是工程上常见的一类分布, 正态分布、对数正态分布、两参数威布尔分布、极

收稿日期: 2005-10-19; 修订日期: 2006-12-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(10472006)

作者简介: 傅惠民(1956-), 男, 浙江遂昌人, 北京航空航天大学航空科学与工程学院“长江学者”特聘教授, 博士, 从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法及可靠性研究.

值分布、两参数指数分布、Logistic 分布等均属于位置-尺度分布族。多状态下的位置-尺度分布族可表示为:

$$F\left[\frac{t - \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})}{\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})}\right]$$

$$-\infty < \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}) < +\infty, \quad \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}) > 0 \quad (1)$$

其中 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$, $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 分别为位置参数和尺度参数, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_h)^T$ 是状态变量, $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_r)^T$ 和 $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_s)^T$ 为整体分布参数。 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$, $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 与 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{x}$ 之间的关系通常由所研究问题的物理性质决定, 或者由以往实验结果、经验公式得到, 也可对其进行检验^[1]。

设 T 为位置-尺度分布族随机变量, 令 $T^0 = [T - \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})] / \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$, 则 T^0 被称为标准位置-尺度分布族随机变量, 具有不含未知参数分布函数 $F(t^0)$ 和概率密度函数 $f(t^0)$ 。

2 区间数据整体估计的基本方程

2.1 多状态下位置-尺度分布族的区间统计量

在状态 $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jh})^T$ 下, 设 $(t_{j1}, n'_{j1}), (t_{j2}, n'_{j2}), \dots, (t_{jm_j}, n'_{jm_j})$ 是来自位置-尺度分布族随机变量 T 的一组区间数据, 即位于区间 $(t_{j(i-1)}, t_{ji})$ 内有 n'_{ji} 个数据, 其中 $t_{j0} = 0, t_{j1} < t_{j2} < \dots < t_{jm_j}, i = 1, 2, \dots, m_j$, 其数据总量为 $n_j = \sum_{i=1}^{m_j} n'_{ji}$ 。令:

$$n_{ji} = \sum_{l=1}^i n'_{jl} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

则由文献[3]知, 可将 t_{ji} 看作大小为 n_j 的样本的第 n_{ji} 个区间统计量 $T_{n_{ji}}^*$ 的一个实现值。通过 $T_{n_{ji}}^0 = [T_{n_{ji}}^* - \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}_j)] / \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}_j)$ 可以将 $T_{n_{ji}}^*$ 变换为来自标准位置-尺度分布 $F(t^0)$ 的区间统计量。

2.2 区间数据整体估计的基本方程

由文献[3]可以求得标准位置-尺度分布区间统计量的均值、方差和协方差分别为:

$$u_{ji} = E(T_{n_{ji}}^0) = \frac{(n_j + 1)!}{n_{ji}!(n_j - n_{ji})!} \times$$

$$\int_0^1 F^{-1}(P_{n_{ji}}^*) (P_{n_{ji}}^*)^{n_{ji}} (1 - P_{n_{ji}}^*)^{n_j - n_{ji}} dP_{n_{ji}}^* \quad (3)$$

$$v_{jii} = \text{Var}(T_{n_{ji}}^0) = \frac{(n_j + 1)!}{n_{ji}!(n_j - n_{ji})!} \times$$

$$\int_0^1 [F^{-1}(P_{n_{ji}}^*)]^2 (P_{n_{ji}}^*)^{n_{ji}} (1 - P_{n_{ji}}^*)^{n_j - n_{ji}} dP_{n_{ji}}^* - u_{ji}^2 \quad (4)$$

$$v_{jik} = \text{Cov}(T_{n_{ji}}^0, T_{n_{jk}}^0) =$$

$$\frac{(n_j + 2)!}{n_{ji}!(n_{jk} - n_{ji})!(n_j - n_{jk})!} \int_0^1 \int_0^{P_{n_{jk}}^*} F^{-1}(P_{n_{ji}}^*) \times F^{-1}(P_{n_{jk}}^*) (P_{n_{jk}}^* - P_{n_{ji}}^*)^{n_{jk} - n_{ji}} (1 - P_{n_{jk}}^*)^{n_j - n_{jk}} \times (P_{n_{ji}}^*)^{n_{ji}} dP_{n_{ji}}^* dP_{n_{jk}}^* - u_{ji} u_{jk} \quad i < k \quad (5)$$

由式(1)和式(3)~(5)可以得到:

$$t_{ji} = \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}_j) + \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}_j) u_{ji} + \varepsilon_i \quad (6)$$

式中 $\varepsilon_i = \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}_j)(t_{ji}^0 - u_{ji})$, 并且 $E(\varepsilon_i) = 0$, $\text{Var}(\varepsilon_i) = v_{jii} \sigma^2(\mathbf{b}, \mathbf{x}_j)$ 和 $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = v_{jik} \times \sigma^2(\mathbf{b}, \mathbf{x}_j), i \neq k$ 。

3 等尺度分布区间数据整体估计

3.1 整体分布参数估计

首先考虑位置参数 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 为线性函数、尺度参数 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 为常数的情况, 即:

$$\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = \sum_{l=0}^r a_l \varphi_l(\mathbf{x}) \quad (7)$$

$$\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \sigma \quad (8)$$

式中 $\varphi_l(\mathbf{x})$ 为已知函数, $l = 0, 1, \dots, r$ 。由式(6)可得:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (9)$$

$$E(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} \quad (10)$$

$$\text{Cov}(\mathbf{Y}) = \sigma^2 \mathbf{V} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1^T, \mathbf{Y}_2^T, \dots, \mathbf{Y}_m^T)^T$, $\mathbf{Y}_j = (t_{j1}, t_{j2}, \dots, t_{jm_j})^T$, $\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_1^T, \boldsymbol{\varepsilon}_2^T, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_m^T)^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_j = (\varepsilon_{j1}, \varepsilon_{j2}, \dots, \varepsilon_{jm_j})^T$, $\boldsymbol{\theta} = (a_0, a_1, \dots, a_r, \sigma)^T$, $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m)^T$, 其中:

$$\mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} \varphi_0(\mathbf{x}_j) & \varphi_1(\mathbf{x}_j) & \dots & \varphi_r(\mathbf{x}_j) & u_{j1} \\ \varphi_0(\mathbf{x}_j) & \varphi_1(\mathbf{x}_j) & \dots & \varphi_r(\mathbf{x}_j) & u_{j2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varphi_0(\mathbf{x}_j) & \varphi_1(\mathbf{x}_j) & \dots & \varphi_r(\mathbf{x}_j) & u_{jm_j} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{V}_m \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_j = (v_{jik})_{m_j \times m_j} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

令:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}) \quad (15)$$

其中:

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^{-1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2^{-1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{V}_m^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

则 θ 的估计量 $\hat{\theta} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_r, \sigma)^T$ 可由下式得到:

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -2X^T V^{-1}(Y - X\theta) = 0 \quad (17)$$

即

$$\hat{\theta} = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y \quad (18)$$

由广义高斯-马尔可夫定理可知 $\hat{\theta}$ 具有无偏性和最小方差性, 其协方差为:

$$\text{Cov}(\hat{\theta}) = (X^T V^{-1} X)^{-1} \sigma^2 \quad (19)$$

3.2 位置参数、尺度参数估计

由文献[1]可知位置参数 $\mu(a, x)$ 、尺度参数 $\alpha(b, x)$ 的点估计分别为:

$$\hat{\mu}(a, x) = \sum_{l=0}^r \hat{a}_l \varphi_l(x) \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}(b, x) = \sigma \quad (21)$$

由式(20)、(21)和文献[3]可以得到位置参数 $\mu(a, x)$ 和尺度参数 $\alpha(b, x)$ 置信度为 γ 的单侧置信下限 $\mu_L(a, x)$ 和 $\alpha_L(b, x)$ 与单侧置信上限 $\mu_U(a, x)$ 和 $\alpha_U(b, x)$, 分别由以下各式给出:

$$\mu_L(a, x) = \hat{\mu}(a, x) + \frac{\sigma}{(\sigma^2 - u_{\gamma}^2 S_{22})} \times \{u_{\gamma}^2 S_{12} - u_{\gamma} [u_{\gamma}^2 (S_{12}^2 - S_{11} S_{22}) + \sigma^2 S_{11}]^{1/2}\} \quad (22)$$

$$\mu_U(a, x) = \hat{\mu}(a, x) + \frac{\sigma}{(\sigma^2 - u_{\gamma}^2 S_{22})} \times \{u_{\gamma}^2 S_{12} + u_{\gamma} [u_{\gamma}^2 (S_{12}^2 - S_{11} S_{22}) + \sigma^2 S_{11}]^{1/2}\} \quad (23)$$

$$\alpha_L(b, x) = \frac{1}{\sigma + u_{\gamma} \sqrt{S_{22}}} \sigma^2 \quad (24)$$

$$\alpha_U(b, x) = \frac{1}{\sigma - u_{\gamma} \sqrt{S_{22}}} \sigma^2 \quad (25)$$

其中:

$$S_{11} = \text{Var}[\hat{\mu}(a, x)] =$$

$$\sum_{k=0}^r \sum_{l=0}^r \text{Cov}(\hat{a}_k, \hat{a}_l) \varphi_k(x) \varphi_l(x) \quad (26)$$

$$S_{12} = \text{Cov}[\hat{\mu}(a, x), \sigma] = \sum_{l=0}^r \text{Cov}(\hat{a}_l, \sigma) \varphi_l(x) \quad (27)$$

$$X_j = \begin{bmatrix} \varphi_0(x_j) & \varphi_1(x_j) & \dots & \varphi_r(x_j) & \varphi_0(x_j) u_{j1} & \varphi_1(x_j) u_{j1} & \dots & \varphi_s(x_j) u_{j1} \\ \varphi_0(x_j) & \varphi_1(x_j) & \dots & \varphi_r(x_j) & \varphi_0(x_j) u_{j2} & \varphi_1(x_j) u_{j2} & \dots & \varphi_s(x_j) u_{j2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(x_j) & \varphi_1(x_j) & \dots & \varphi_r(x_j) & \varphi_0(x_j) u_{jm_j} & \varphi_1(x_j) u_{jm_j} & \dots & \varphi_s(x_j) u_{jm_j} \end{bmatrix}^T \quad (37)$$

$$S_{22} = \text{Var}(\sigma) \quad (28)$$

3.3 百分位值和百分率估计

由式(20)、(21)和文献[3]可知, 随机变量 T 概率为 P 的百分位值 $t_P = \mu(a, x) + F^{-1}(P) \times \sigma(b, x)$ 的无偏估计量为:

$$\hat{t}_P = \sum_{l=0}^r \hat{a}_l \varphi_l(x) + F^{-1}(P) \sigma \quad (29)$$

其置信度为 γ 的单侧置信上、下限分别为:

$$t_{PU} = \hat{\mu}(a, x) + \frac{\sigma}{(\sigma^2 - u_{\gamma}^2 S_{22})} \times [F^{-1}(P) \sigma^2 + u_{\gamma}^2 S_{12} + k_P] \quad (30)$$

$$t_{PL} = \hat{\mu}(a, x) + \frac{\sigma}{(\sigma^2 - u_{\gamma}^2 S_{22})} \times [F^{-1}(P) \sigma^2 + u_{\gamma}^2 S_{12} - k_P] \quad (31)$$

式中:

$$k_P = u_{\gamma} \{u_{\gamma}^2 (S_{12}^2 - S_{11} S_{22}) + \sigma^2 \{S_{11} + [F^{-1}(P)]^2 S_{22} + 2F^{-1}(P) S_{12}\}\}^{1/2} \quad (32)$$

此外, 根据百分位值的置信度为 γ 的单侧置信上(下)限曲线与百分率的置信度为 γ 的单侧置信下(上)限曲线相同的原理^[4], 可以对随机变量 T 的百分率置信限进行估计。

4 非等尺度分布区间数据整体估计

4.1 整体分布参数估计

工程中尺度参数通常随状态变量而变化, 设位置参数 $\mu(a, x)$ 与尺度参数 $\alpha(b, x)$ 均为线性函数, 则位置参数仍由式(7)给出, 尺度参数由下式给出:

$$\sigma(b, x) = \sum_{l=0}^s b_l \phi_l(x) \quad (33)$$

式中 $\phi_l(x)$ ($l = 0, 1, \dots, s$) 为已知函数。由式(6)可得:

$$Y = X\theta + \varepsilon \quad (34)$$

$$E(Y) = X\theta \quad (35)$$

$$\text{Cov}(Y) = V \quad (36)$$

式中 Y 和 ε 与 3.1 节相同, $\theta = (a_0, a_1, \dots, a_r, b_0, b_1, \dots, b_s)^T$, $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)^T$, 其中:

$V =$

$$\begin{bmatrix} \sigma^2(\mathbf{b}, \mathbf{x}_1) V_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma^2(\mathbf{b}, \mathbf{x}_2) V_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \sigma^2(\mathbf{b}, \mathbf{x}_m) V_m \end{bmatrix}$$

(38)

令:

$$Q = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\theta)^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\theta)$$

(39)

则 θ 的估计量 $\hat{\theta} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_r, \hat{b}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_s)^T$ 可由下式得到:

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\theta) = 0$$

(40)

即:

$$\theta = (\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Y}$$

(41)

由于上式右边含有参数 $\mathbf{b}$, 所以需要迭代求解^[2]. 由广义高斯-马尔可夫定理可知 θ 的协方差为:

$$\text{Cov}(\theta) = (\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X})^{-1}$$

(42)

4.2 位置参数、尺度参数估计

此时位置参数 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 的点估计仍可由式(20)得到, 而由式(33)可知尺度参数 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 的点估计为:

$$\alpha(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \sum_{l=0}^s \hat{b}_l \phi_l(\mathbf{x})$$

(43)

位置参数 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 和尺度参数 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 置信度为 γ 的单侧置信下限和上限仍可由式(22)~(25)求得, 此时需将 σ 换成 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$, 其中位置参数估计量 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 的方差由式(26)给出, 尺度参数估计量 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 的方差及其与 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 的协方差计算公式为:

$$S_{22} = \text{Var}[\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})] = \sum_{k=0}^s \sum_{l=0}^s \text{Cov}(\hat{b}_k, \hat{b}_l) \times \phi_k(\mathbf{x}) \phi_l(\mathbf{x})$$

(44)

$$S_{12} = \text{Cov}[\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}), \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})] = \sum_{l=0}^r \sum_{k=0}^s \text{Cov}(\hat{a}_k, \hat{b}_l) \varphi_k(\mathbf{x}) \phi_l(\mathbf{x})$$

(45)

4.3 百分位值和百分率估计

由式(20)、(43)知, 随机变量 T 概率为 P 的百分位值 $t_p = \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}) + F^{-1}(P) \sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 的无偏估计量可由下式给出:

$$t_p = \sum_{l=0}^r \hat{a}_l \varphi_l(\mathbf{x}) + F^{-1}(P) \sum_{l=0}^s \hat{b}_l \phi_l(\mathbf{x})$$

(46)

百分位值、百分率的置信限估计只需将式(30)~(32)中的 σ 换成 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 即可.

5 其他情况区间数据整体估计

对于最一般的情况:

$$\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{a}, \mathbf{x})$$

(47)

$$\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \psi(\mathbf{b}, \mathbf{x})$$

(48)

根据文献[1]中的整体分布参数最小二乘估计方法求出整体分布参数估计 $\hat{\mathbf{a}}$ 和 $\hat{\mathbf{b}}$ 后, 即可得到各个状态下 $\mu(\mathbf{a}, \mathbf{x})$ 和 $\sigma(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ 的估计量.

6 实 例

文献[5]给出了3个温度下某绝缘材料加速寿命试验定期检测结果, 每个温度下取10个样本, 得到三组区间数据. 各个温度下产品寿命 t 均服从对数正态分布, 且对数寿命标准差 σ 保持不变, 即有:

$$F(\ln t_i) = \Phi\left(\frac{\ln t_i - \mu_i}{\sigma}\right) \quad i = 1, 2, 3$$

表 1 某绝缘材料加速寿命试验定期检测结果

Table 1 Periodic detection results of insulating material accelerated life test

试验温度 170℃ 每周期 32d		试验温度 190℃ 每周期 8d		试验温度 210℃ 每周期 2d	
周期	失效数	周期	失效数	周期	失效数
5	0	8	1	13	0
6	1	9	0	14	0
7	0	10	0	15	0
8	0	11	0	16	0
9	1	12	0	17	0
10	0	13	1	18	2
11	0	14	1	19	2
12	5	15	1	20	0
13	0	16	0	21	0
14	2	17	1	22	5
15	1	18	2	23	1
16	0	19	2	24	0
17	0	20	1	25	0

加速寿命方程符合阿伦尼斯模型, 即各个温度下对数寿命均值 $\mu_i (i = 1, 2, 3)$ 满足:

$$\mu_i = a + b \backslash T_i \quad i = 1, 2, 3$$

采用本文方法对表1中区间数据进行统计分析, 得到参数 a, b 和 σ 的估计量为:

$$\hat{a} = -20.8186, \hat{b} = 11851.3, \hat{\sigma} = 0.176124$$

$$\text{Cov} \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.729 & -336.562 & -0.000402 \\ -336.562 & 155517 & 0.158 \\ -0.000402 & 0.158 & 0.000589 \end{bmatrix}$$

则产品对数寿命均值与温度之间的数学关系式由

下式给出:

$$\hat{\mu}_i = \hat{a} + \hat{b} \backslash T_i = -20.8186 + 11851.3 \backslash T_i$$

7 结 论

(1)提出了区间数据整体估计方法, 将只适用于完全数据的回归分析推广到工程中常见的区间数据的情况

(2)建立了位置-尺度分布族区间数据整体估计的基本方程, 所给出的整体分布参数估计量具有最佳无偏和渐近正态的性质.

(3)给出了位置-尺度分布族百分位值和百分率的点估计和置信限估计公式.

(4)对等尺度分布和非等尺度分布区间数据整体估计分别进行了详细讨论.

(5)区间数据整体估计方法能够将不同条件下的区间数据作为一个整体进行统计推断, 具有信息量大、精度高的优点.

参考文献:

[1] 傅惠民, 黄伟. 最佳无偏整体估计方法[J]. 机械强度, 2003,

25(3): 319-324.
FU Huimin, HUANG Wei. Best linear unbiased integral estimate method[J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(3): 319-324.

[2] 傅惠民, 王华胜. 不完全数据整体估计方法[J]. 航空动力学报, 2004, 19(6): 744-744.

FU Huimin, Wang Huasheng. Integral estimate method for incomplete data[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(6): 744-744.

[3] 傅惠民. 区间统计量及其分布[J]. 机械强度, 2005, 27(6): 752-757.

FU Huimin. Interval statistic and its distribution[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(6): 752-757.

[4] 傅惠民. 连续分布百分位值和百分率的区间估计和假设检验[J]. 航空学报, 1993, 14(11): 569-577.

FU Huimin. Interval estimation and hypothesis test for percentiles and percentages of continuous distributions[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(11): 569-577.

[5] 徐健. 绝缘材料截尾寿命试验数据统计分析的可行性探讨[J]. 上饶师范学院学报, 2000, 20(6): 25-29.

XU Jian. Talking about feasibility of statistical analysis for insulating material based on censored life test data[J]. Journal of Shangrao Teachers College, 2000, 20(6): 25-29.